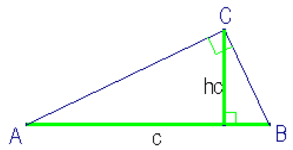
Seiten 3 / 4

Aufgaben Dreiecke

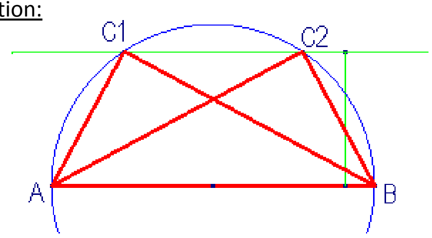
1 a) Skizze:



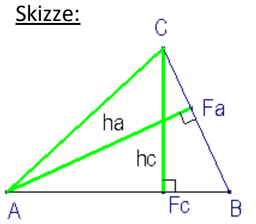
Konstruktionsbericht:

1. c = AB = 60mm
2. Höhenstreifen h_c = 25mm
3. Thaleskreis über AB
4. Thaleskreis schneiden mit Höhenstreifen
   ➔ C_1, C_2 (2 Lösungen)

Konstruktion:



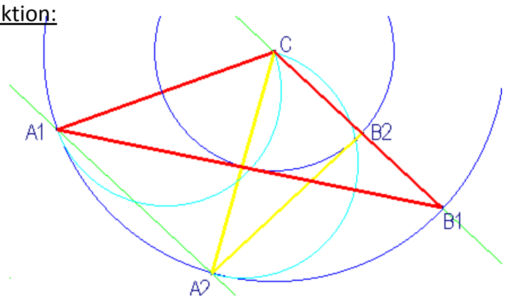
b) Skizze:



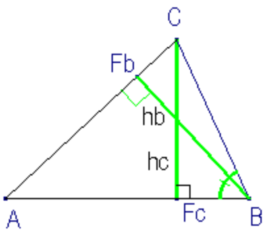
Konstruktionsbericht:

1. Höhenstreifen ha = 48mm
2. C festlegen
3. k (C, r = b = 54mm)
4. k schneiden mit Höhenstreifen
   ➔ A
5. Thaleskreis über AC
6. k2 (C, r = hc =28mm)
7. Thaleskreis mit k2 schneiden ➔ Fc
8. Fc mit A verbinden, schneiden mit Gerade CB (vom Höhenstreifen) ➔ B

Konstruktion:



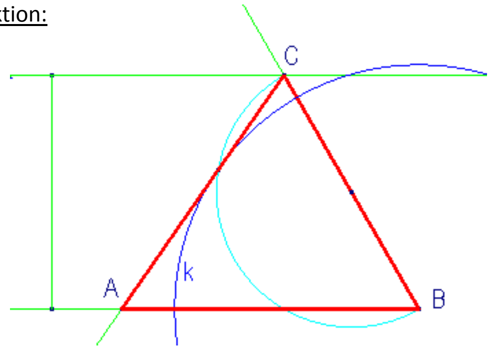
c) Skizze:



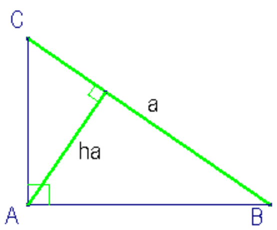
Konstruktionsbericht:

1. Winkel β = 60° zeichnen, B markieren
2. Höhenstreifen hc = 45mm zeichnen
3. Schenkel mit Höhenstr. schneiden ➔ C
4. Thaleskreis über BC
5. k (B, r = h_a = 47mm)
6. k mit Thaleskreis schneiden ➔ Fb
7. CFb verlängern, mit Schenkel schneiden➔ A

Konstruktion:



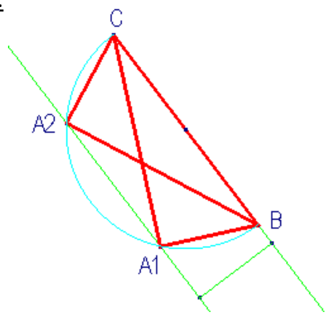
d) Skizze:



Konstruktionsbericht:

1. BC = a = 50mm
2. Höhenstreifen h_a = 19mm
3. Thaleskreis über BC
4. Thaleskreis mit Höhenstr. schneiden ➔ A
   2 Lösungen

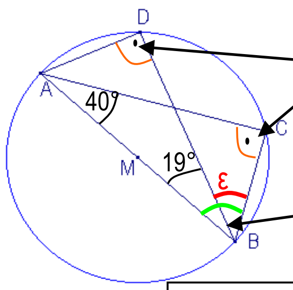
Konstruktion:



Seiten 3 / 4

Aufgaben Dreiecke

2 a)



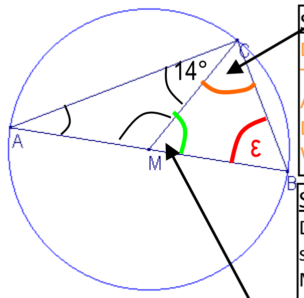
Schritt 1:
Die Zeichnung zeigt einen Thaleskreis über AB → Winkel = 90°

Schritt 2:
Winkel ABC =
180 – 90 – 40 = 50°

Schritt 3:
Somit ist
ε = 50° - 19° = **31°**

ε = 31°

c)



Schritt 1 / 2:
Die Zeichnung zeigt einen Thaleskreis über AB → Winkel ACB = 90°
Damit ist
Winkel MCB = 90 – 14 = 76°

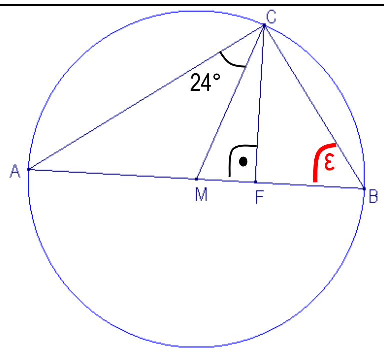
Schritt 3:
Das Dreieck ACM ist gleich-schenklig. Also ist der Winkel MAC = 14° und der Winkel AMC = 180 – 14 – 14 = 152°.

Schritt 4:
Somit ist der Winkel
BMC = 180 – 152 = 28°

Schritt 5:
Somit ist der Winkel
ε = 180 – 76 – 28 = **76°**

ε = 76°

b)

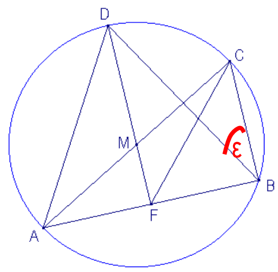


ε = 66°

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig (Thaleskreis über AB)
Das Dreieck AMC ist gleichschenklig
Das Dreieck MBC ist auch gleichschenklig.

Der Winkel CAB ist also 24° (gleichschenkliges Dr. AMC).
Und damit ist ε = 180° - 90° - 24° = 66°

d)



ε = 30°

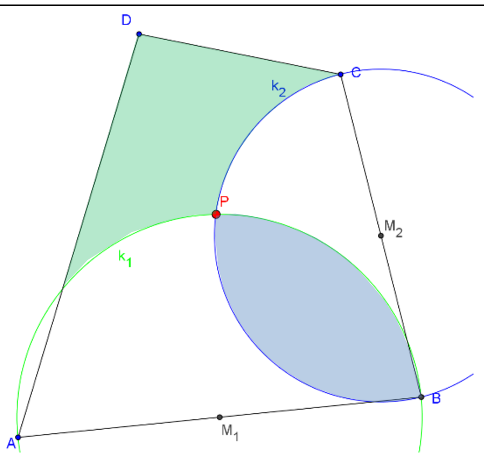
Das Dreieck ABD ist gleichseitig.
Somit sind alle Innenwinkel = 60°

Die Höhe DF halbiert das Dreieck ADB, ist also auch Winkelhalbierende. → Winkel ADM = 30°.

Des Weiteren ist das Dreieck ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei B (Thaleskreis über AC!!)

Somit ist der gesuchte Winkel ε = 90° - 60° = 30°

3



Konstruktion:
Da ein rechter Winkel gefragt ist, wird über die Seiten AB und BC jeweils ein Thaleskreis konstruiert (M_1 und M_2 sind die Mittelpunkte dieser Strecken und entsprechend auch Mittelpunkte der (Thales-)Kreise k_1 und k_2.

Der Schnittpunkt P ist die Lösung der Teilaufgabe a), dort sieht man beide Seiten gleichzeitig unter einem rechten Winkel.

Die Seiten sieht man unter einem „stumpfen“ Winkel, wenn man sich innerhalb des Thaleskreises bewegt. Daher ist die blaue Fläche die Fläche, innerhalb beider Thaleskreise (ohne Kreislinie selber)

Die Seiten sieht man unter einem spitzen Winkel, wenn man sich ausserhalb der Thaleskreise bewegt. (auch hier ohne Kreislinie selber)

Seiten 10 / 11 / 12 / 13 / 14

Berechnungen mit Pythagoras in der Ebene

1

	a=	b=	c=
a)	15 cm	6 cm	$\sqrt{261}$ **=16.16**
b)	148 cm	$\sqrt{652137}$ **=807.55**	821 cm
c)	$\sqrt{155.25}$ **=12.46**	15 cm	19.5 cm
d)	16 cm	2.25 cm	$\sqrt{261.0625}$ **=16.16**
e)	13 cm	2 cm	$\sqrt{173}$ **=13.15 cm**
f)	23 cm	15.5 cm	$\sqrt{769.25}$ **=27.74**
g)	$\sqrt{45.4092}$ **=6.74**	13.58 cm	15.16 cm
h)	19.5 cm	$\sqrt{3100.75}$ **=55.68**	59 cm

Tipps:

c ist Hypothenuse. Es gelten also die Formeln:

$\mathbf{b=\sqrt{c^2 - a^2}}$

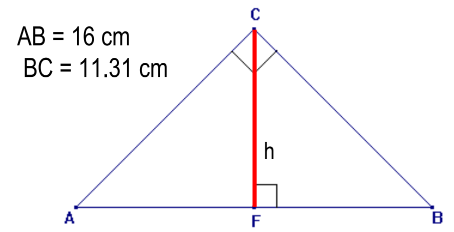
$\mathbf{a=\sqrt{c^2 - b^2}}$

$\mathbf{c=\sqrt{a^2+b^2}}$

2

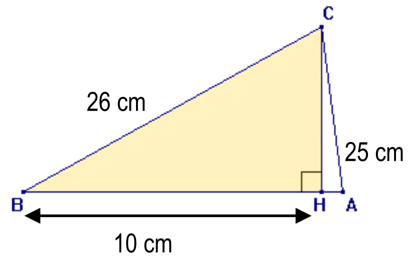
Im rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck ABC ist die Höhe somit 8cm.

Also brauchen wir hier keinen Pythagoras oder ähnliches. Nur das Wissen über rechtwinklig–gleichschenklige Dreiecke.



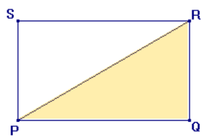
3

1. Berechnung von HC im dunkelgelben Dreieck BHC.
   HC $=\sqrt{BC^2-BH^2} = \sqrt{26^2-10^2} = \sqrt{676-100} = \sqrt{576} = \mathit{24cm}$
2. Berechnung von HA im weissen Dreieck AHC.
   AH $=\sqrt{AC^2-CH^2} = \sqrt{25^2-24^2} = \sqrt{625-496} = \sqrt{49} = \mathit{7cm}$
3. **Umfang des Dreieckes ABC:**
   u = HB + HA + BC + AC = 10 + 7 + 25 + 26 =**68cm**
4. **Fläche des Dreieckes ABC:**
   $\mathbf{A} = \frac{\text{Grundseite} \bullet \text{Höhe}}{2} = \frac{AB \bullet HC}{2} = \frac{(10+7)\bullet 24}{2} = \frac{17\bullet 24}{2} = \mathbf{204\ cm^2}$



4

	PQ	QR	PR
a)	12	21	$\sqrt{585}$ **=24.19**
b)	$\sqrt{5145}$ **=71.73**	56	91
c)	1.25	$\sqrt{89.64}$ **=9.47**	9.55
d)	6x	8x	$\sqrt{100x^2}$ **=10x**



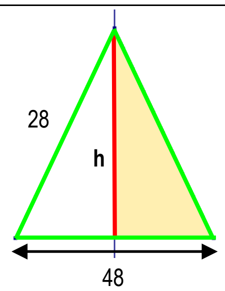
Hier ist jeweils PR die Hypothenuse, PQ und QR sind Katheten im gelben Dreieck. Entsprechend muss der Satz von Pythagoras angewandt werden.

5

Da im gleichschenkligen Dreieck die Basishöhe diese Basis halbiert, können wir im gelben, rechtwinkligen Dreieck rechnen. Dabei misst die Hypothenuse 28cm, die eine Kathete 24cm.

Somit gilt:

$\mathbf{h} = \sqrt{28^2-24^2} = \sqrt{784-576} = \sqrt{\mathbf{208}} = \mathbf{14.42\ cm}$



6

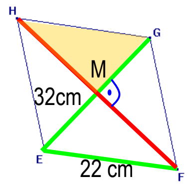
Im Rhombus stehen die Diagonalen senkrecht und sie halbieren sich. Somit kann man die Hälfte der gesuchten Diagonalen FH im rechtwinkligen Dreieck berechnen (das Dreieck ist leicht gelb eingefärbt). Die gesuchte Diagonale ist eine der beiden Katheten im rechtwinkligen Dreieck.

Es gilt also:

$HM = \sqrt{FG^2 - GM^2} = \sqrt{22^2 - 16^2} = \sqrt{484-256} = \sqrt{228} = 15.099\,cm$

Diagonale FH = 2•HM = 2•15.099 = **30.20 cm**

Fläche Rhombus = EG • FH : 2 = **483.19 cm²**



7

Da sich im Rhomboid die Diagonalen halbieren können wir zuerst einmal festhalten, dass AC = 2• 22 = 44cm.
Danach können wir die Höhe des Rhomboid berechnen, denn die Fläche berechnet sich ja als Grundseite • Höhe, also gilt:
Fläche : Grundseite = Höhe → 832 : 26 = 32 cm.

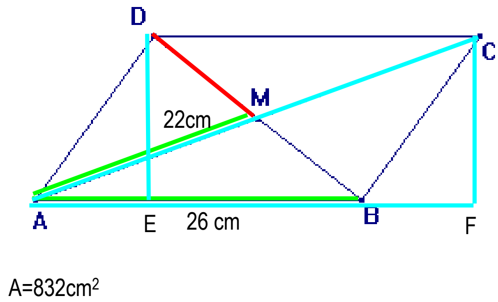
Mit Pythagoras können wir jetzt die Länge der Strecke AF berechnen (also der einen Kathete im rechtwinkligen Dreieck AFC).

AF $= \sqrt{AC^2 - h^2} = \sqrt{44^2 - 32^2} = \sqrt{1936-1024} = \sqrt{912} =$ **30.20 cm**

Jetzt lässt sich die Strecke BF berechnen, denn AF – AB = BF, also 30.20 – 26 = 4.20 cm.
Das Streckenstück AE ist genau gleich gross, also können wir jetzt im rechtwinkligen Dreieck BED mit Pythagoras die Strecke DB berechnen. Dazu müssen wir zuerst aber BE herausfinden, das ist aber gerade 26 – 4.2 = 21.8 cm. Somit gilt:

BD $= \sqrt{EB^2 + DE^2} = \sqrt{21.8^2 + 32^2} = \sqrt{475.24+1024}$
$= \sqrt{1499.24} =$ **38.72 cm**

Die gesuchte **Strecke DM** entspricht jetzt wiederum der Hälfte der Diagonalen BD, also 38.72 : 2 = **19.36 cm** (jeweils gerundet)



8

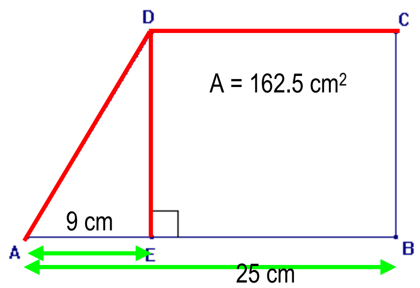
1. Wir berechnen als erstes die **Deckseite DC.** Diese ist nämlich gleich lang wie die Strecke EB, also AB – AE = 25 – 9 = **16cm**

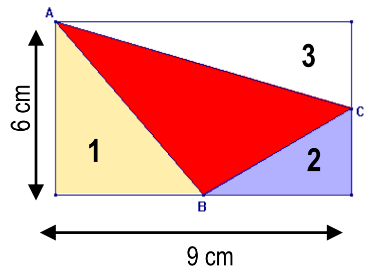
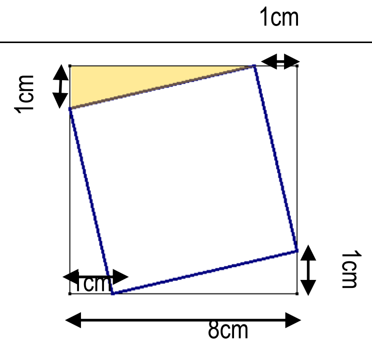
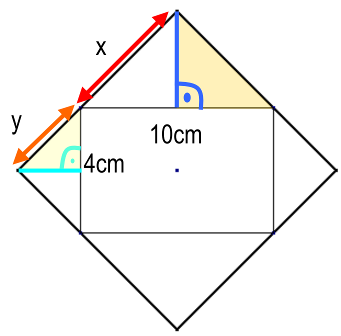
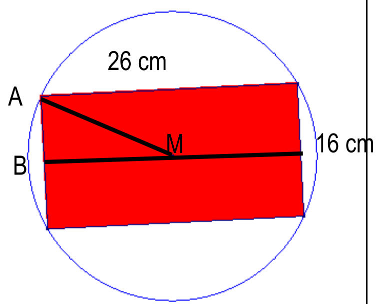
2. Jetzt verwenden wir diese Strecke DC, um mit Hilfe der Fläche die Höhe DE des Trapezes zu berechnen. Wir wissen ja, dass Mittellinie • Höhe = Fläche. Und umgekehrt ist die Höhe = Fläche : Mittellinie, in unserem Fall also:

   DE = 162.5 : ((25 + 16):2) = 162.5 : 20.5 = 7.92829 = **7.93 cm**

3. Zuletzt können wir jetzt mit Pythagoras die Strecke AD berechnen. Sie ist nämlich Hypothenuse im rechtwinkligen Dreieck AED, also gilt:

AD $= \sqrt{AE^2 + ED^2} = \sqrt{9^2 + 7.93^2} = \sqrt{81+62.83} = \sqrt{143.83}$
=11.99cm



9	Hier bietet es sich an, eine „Subtraktionsmethode“ anzuwenden. Also die Fläche des Rechteckes minus die Fläche der drei rechtwinkligen Dreiecke rundherum zu rechnen. Dazu braucht es keinen Pythagoras, nur Dreiecksberechnungen! $A_{Rechteck} = 9 \bullet 6 = 54\ cm^2$ $A_{Dreieck1}$ (gelb) = $\frac{6\bullet 4.5}{2} = 13.5\ cm^2$ $A_{Dreieck2}$ (blau) = $\frac{3\bullet 4.5}{2} = 6.75\ cm^2$ $A_{Dreieck3}$ (weiss) = $\frac{3\bullet 9}{2} = 13.5\ cm^2$ Somit gilt: $\mathbf{A_{gesuchtes\ Dreieck}} = 54 - 13.5 - 6.75 - 13.5 = \mathbf{20.25\ cm^2}$	
10	Es muss uns gelingen, die Seitenlänge des kleinen, eingeschriebenen Quadrates zu berechnen. Diese ist aber (wie im gelben, rechtwinkligen Dreieck zu sehen, gerade die Hypothenuse dieses Dreiecks. Die beiden Katheten messen dabei 1cm und 7cm (=8cm – 1cm). Somit gilt: Seitenlänge kleines Quadrat = $\sqrt{7^2+1^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \mathbf{7.07cm}$ Die Fläche beträgt also **7.07• 7.07 = 7.07² = 50 cm²**	
11	In allen vier „überlappenden Ecken“ finden sich – dies wegen der Eigenschaft der Symmetrieachsen von Quadrat und Rechteck – jeweils ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck. Somit können wir feststellen, dass die Höhe der grösseren (hier oben und unten) jeweils 5cm, die der kleineren jeweils 2cm beträgt. So können wir die jeweiligen Schrägstrecken x und y berechnen. Sie sind in den kleinen, farbig markierten Dreiecken (ebenfalls rechtwinklig – gleichschenklig) jeweils die Hypothenuse. Also gilt: $\mathbf{x} = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \mathbf{2.83cm}$ $\mathbf{y} = \sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = \mathbf{7.07cm}$ Und so hat das umschriebene Quadrat eine Seitenlänge von 2.83 + 7.07 = 9.9 cm. Die **Fläche des Quadrates** beträgt 9.9 • 9.9 = 9.9² = **98.01 cm²** **Einfachere Lösung:** Durchmesser d= 14cm; $s = \frac{d}{\sqrt{2}} = 9.899$ cm ➔ **Fläche s² = 98 cm²**	
12	Durch die Querteilung des Balkens (es ginge auch mittels senkrechter Unterteilung) durch den Mittelpunkt M entsteht das rechtwinklige Dreieck ABM. Dieses hat die Hypothenuse AM, welche gerade der Hälfte des gesuchten Kreisdurchmessers entspricht. Die Strecke AB misst 8cm (wegen Symmetrieeigenschaft), die Strecke BM misst 13cm (ebenfalls wegen Symmetrie). Somit: $\mathbf{AM} = \sqrt{BM^2+AB^2} = \sqrt{13+8} = \sqrt{169+64} = \sqrt{233} = \mathbf{15.26cm}$ Demnach ist der **<u>Durchmesser d</u>** = 2•AM = 2•15.26 = **<u>30.52 cm</u>** **(Einfache Lösung: Diagonale im Rechteck berechnen)**	

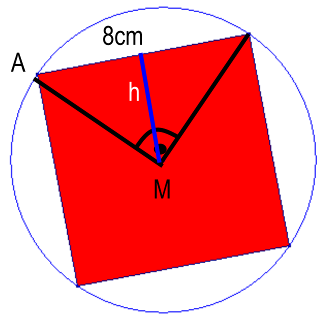
13

Das Quadrat besteht aus 4 gleichschenklig rechtwinkligen Dreiecken, wie hier eines eingezeichnet ist. (Da sich die Diagonalen in einem rechten Winkel schneiden!)

Somit ist die Höhe h eines solchen Dreiecks = 4cm. Und damit ist die Hälfte der Diagonalen AM (was der Hypothenuse in der Hälfte eines solchen gleichschenklig – rechtwinkligen Dreiecks entspricht) :

AM= $\sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} =$ **5.6568cm**

Der Durchmesser ist also 5.6568 • 2 = **11.314 cm**
(Auch berechenbar mit $d = s\sqrt{2} = 8\sqrt{2} = 11.314$ *cm)*



14

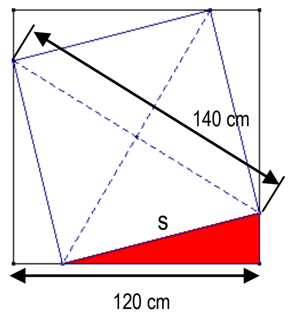
Mit der Formel der Diagonalen d im Quadrat können wir einfach die Seitenlänge s des eingeschriebenen Quadrates berechnen. Anschliessend berechnen wir die Fläche des grösseren Quadrates und subtrahieren die Fläche des kleineren Quadrates. Und dann teilen wir den Rest durch vier.

Zuerst gilt ja bekanntlich: $d = s\sqrt{2}$ und entsprechend $s = \frac{d}{\sqrt{2}}$.

Die Seitenlänge s des eing. Quadrates ist also $s = \frac{d}{\sqrt{2}}\ \frac{140}{\sqrt{2}} = 98.99$ cm.

Das grosse Quadrat hat eine Fläche von $120^2 = 14400\text{cm}^2$, das kleine hat eine Fläche von $98.99^2 = 9800\text{ cm}^2$
Die gesuchte Fläche hat also eine Fläche von

$A = \frac{14400-9800}{4} = \frac{4600}{4} =$ **1150 cm²**



15

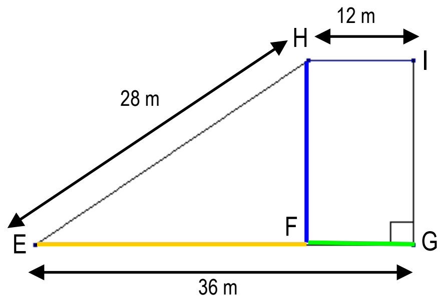
Das Trapez wird wie abgebildet aufgeteilt in ein Rechteck und ein rechtwinkliges Dreieck. Die Strecke GF ist natürlich auch 12cm lang, somit ist EF = 36 – 12 = 24 cm.

Jetzt lässt sich die Höhe FH des Trapezes berechnen:
FH $= \sqrt{EH^2-EF^2} = \sqrt{28^2-24^2} = \sqrt{784-576} = \sqrt{208} =$ **14.42m**

Die Trapezfläche beträgt:

$\mathbf{A}_{\mathbf{Trapez}}$ =Mittellinie • Höhe $= \frac{EG+HI}{2} \bullet HF = \frac{36+12}{2} \bullet 14.42 =$ **346.08 m²**

Und der Umfang beträgt:
u= EG + GI + IH + HE = 36 + 14.42 + 12 + 28 = **90.42 m**



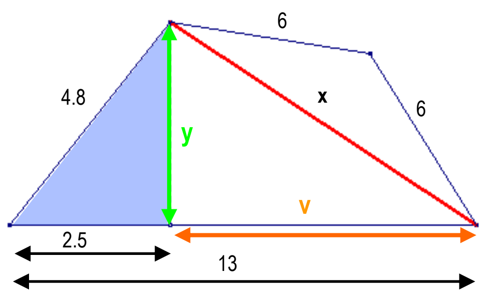
16

Mit Pythagoras berechnen wir im blauen Dreieck die Länge der Strecke y (welche dort die längere Kathete darstellt).

y= $\sqrt{4.8^2-2.5^2} = \sqrt{23.04-6.25} = \sqrt{16.79} =$ **4.098**

Die Strecke **v** berechnen wir mit x = 13 – 2.5 = **10.5**

Mit Pythagoras können wir jetzt im gelben Dreieck die Länge der Strecke x (Hypothenuse) ausrechnen:
<u>**x=**</u> $\sqrt{10.5^2+4.098^2} = \sqrt{110.25+16.79} = \sqrt{127.04} =$ <u>**11.27**</u>



17

Zuerst berechnen wir im gelben Dreieck die Länge der Strecke x (Kathete).

$\mathbf{x} = \sqrt{64^2 - 37.09^2} = \sqrt{4096 - 1375.6681} = \sqrt{2720.3319} = \mathbf{52.1567\ m}$

Nun können wir im grünen Dreieck die Länge der Strecke y berechnen (Kathete):

$\mathbf{y} = \sqrt{90^2 - 52.1567^2} = \sqrt{8100 - 2720.3319} = \sqrt{5379.6681} = \mathbf{73.3462\ m}$

Somit können wir die Fläche des rechtwinkligen Dreiecks (unterer Teil der gegebenen Figur) berechnen:

$A_{Dreieck} = \frac{\text{Grundseite} \bullet \text{Höhe}}{2} = \frac{(37.09+73.3462) \bullet 52.1567}{2} = \mathbf{2879.99\ m^2}$

Nun brauchen wir noch die Länge der Strecke w, um die Trapezfläche oben zu berechnen. Das Trapez ist gleichschenklig, das bedeutet, dass die Strecke zwischen den Höhenfusspunkten gleich 36m ist und somit die Strecke

v = (73.3462+37.09 – 86) : 2 = 12.2181m lang ist.

Damit ist die Kathete w im kleinen rechtwinkligen Dreieck:

$w = \sqrt{34^2 - 12.2181^2} = \sqrt{1156 - 149.282} = \sqrt{1006.72} = \mathbf{31.73\ m}$

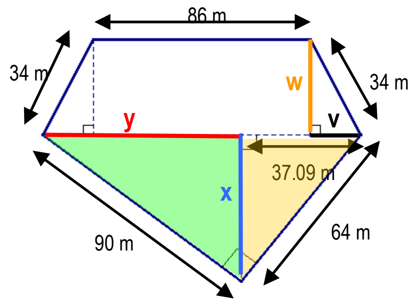
Jetzt können wir die Trapezfläche ausrechnen:

$A_{Trapez} = \text{Mittellinie} \bullet \text{Höhe} = \frac{110.4362+86}{2} \bullet 31.73$

$= 98.2181 \bullet 31.73 = \mathbf{3116.46\ m^2}$

Und die Fläche des ganzen Grundstücks ist somit:

$\underline{A_{Grundstück}} = 2879.99\ m^2 + 3116.46\ m^2 = \underline{\mathbf{5996.45\ m^2}}$



Seiten 16 / 17

Berechnungen mit Pythagoras im Raum

1

Allgemeine Lösung für a) und b):

Die Berechnung erfolgt schrittweise:

Q, P, R sind Kantenmittelpunkte!

1. Berechnung von BQ (Hypothenuse im gelben Dreieck BCQ):
   BQ = $\sqrt{BC^2+CQ^2}$

2. Berechnung von PB (Hypothenuse im grünen Dreieck BQP):
   PB = $\sqrt{BQ^2+QP^2}$

3. Berechnung von AC (Hypothenuse im blauen Dreieck ABC):
   AC = $\sqrt{AB^2+BC^2}$

4. Berechnung von AG (Hypothenuse im roten Dreieck ACG):
   AG = $\sqrt{AC^2+CG^2}$

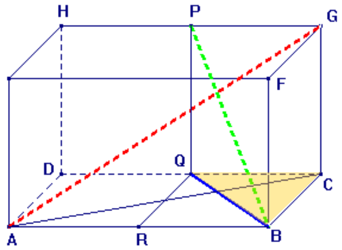
Mit den gegebenen Zahlen erfolgen die Ergebnisse:

a) **PB = $\sqrt{181}$ =13.45 cm**
AG = $\sqrt{289}$ = 17 cm

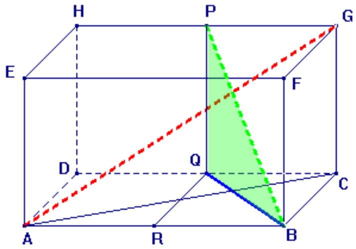
b) **PB = $\sqrt{138}$ = 11.75 cm**
AG = $\sqrt{330}$ = 18.17 cm

Möglich wäre die „Zusammenfassung“ der Pythagoras-Schritte in die einfache Formel: **Raumdiagonale e = $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$**

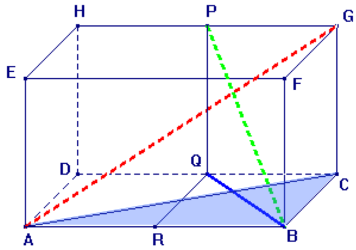
1.



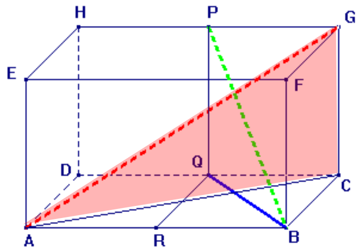
2..



3.



4.



2

a) Für die Volumenberechnung ist es am Einfachsten, wenn man den Quader minus dem dreiseitigen Prisma (mit den gelben Grund – und Deckseiten rechnet. Dies ist besonders einfach, denn es braucht keinen Pythagoras dazu.

V_{Quader} = 12 • 8 • 6 = 576 cm³

V_{Prisma} = Grundfläche • Höhe = $\frac{8 \bullet 6}{2}$ • 6 = 144 cm³

Somit: **$V_{Restkörper}$** = V_{Quader} - V_{Prisma} = 576 – 144 = **432 cm³**

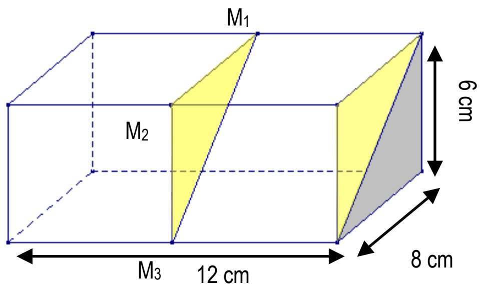
b) Für die Oberfäche brauchen wir die Länge der rot markierten Strecke, damit wir die Fläche der „Schräge“ berechnen können. Die gesuchte Strecke findet sich aber einfach mit Pythagoras im grauen rechten Dreieck:

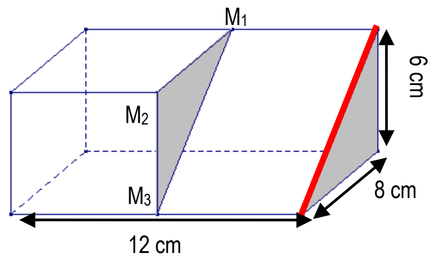
Rote Strecke = $\sqrt{8^2+6^2}$ = $\sqrt{64^2+36^2}$ =$\sqrt{100}$ = **10 cm**

<u>Somit ist die Oberfläche:</u>

Von rechts: 6 • 8 = 48cm² (die grauen Dreiecke bilden ein Rechteck)
Von links: 6 • 8 = 48cm²
Von unten: 12 • 8 = 96cm²
Von hinten: 6 • 12 = 72cm²
Von vorne: 6 • 6 = 36cm² (Nur das Rechteck links von M_2M_3)
Von oben: 6 • 8 = 48cm²
Schräge: 10 • 6 = 60cm²

Total beträgt die Oberfläche also: 408 cm²





3

a) Zuerst müssen wir die rote Strecke EA berechnen, dann können wir die „Schräg-Seiten“ des übrig bleibenden Prismas berechnen (Länge • Breite)

Mit Pythagoras können wir herausfinden, dass

EA = $\sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$ = **5 cm**

Die <u>Grundfläche</u> des Prismas setzt sich aus dem Rechteck EFJI und dem Trapez ABFE zusammen.

Rechteck = 6 • (3+4+3) = 6 • 10 = 60cm^2

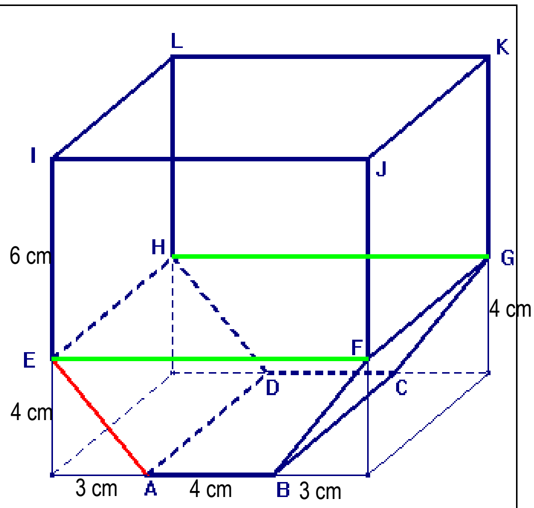
Trapez = Mittelline • Höhe = $\frac{10+4}{2}$ • 4 = 7•4 = 28 cm^2

Die Grundfläche hat also die Fläche 60 + 28 = **88cm^2**

Der Mantel des Prismas berechnet sich wie folgt:

M = u•h, also (6+10+6+5+4+5) •10 = 36 • 10 = 360cm^2

Somit beträgt die **Oberfläche S** = 2G+M = 88•2 + 360 = **536 cm^2**

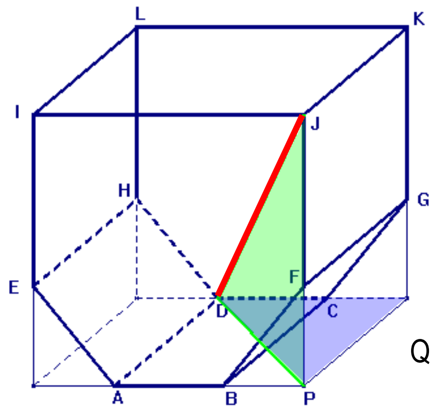


b) Für die Berechnung der Strecke DJ brauchen wir zweimal Pythagoras, einmal im blauen rechtwinkligen Dreieck PQD, danach im rechtwinkligen Dreieck DPJ.

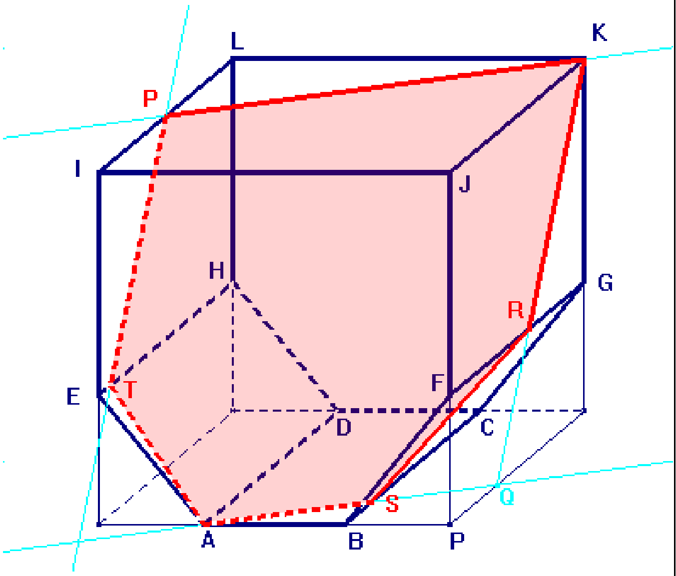
Zuerst also gilt mit Hilfe von QD = 7cm (=3+4)

PD = $\sqrt{PQ^2+QD^2} = \sqrt{10^2+7^2} = \sqrt{100+49} = \sqrt{149}$ (= 12.21 cm)

DJ = $\sqrt{DP^2+PJ^2} = \sqrt{(\sqrt{149})^2+10^2}$ $\sqrt{149+100} = \sqrt{249}$ = **15.78 cm**



c)



Konstruktionsbericht:

1. Mitte von IL ➔ P
2. PK verbinden
3. PK parallel durch A verschieben
   ➔ S, Q (parallele Flächen!!!)
4. QK verbinden ➔ R
5. QK parallel durch P verschieben
   ➔ T (parallele Flächen)
6. TA verbinden
7. AS verbinden
8. SR verbinden
9. RK verbinden, fertig.

4

Der Streckenzug bewegt sich ausschliesslich im Quader und jede einzelne Teilstrecke des Streckenzuges lässt sich mit Pythagoras berechnen:

1. RG als Hypothenuse im gelben Dreieck RGH

   RG $=\sqrt{RH^2+HG^2} = \sqrt{4^2+12^2} = \sqrt{16+144} = \sqrt{160} =$ **12.649 cm**

2. PG als Hypothenuse im grünen Dreieck PCG. Dabei muss zuerst im weissen Dreieck PBC die Länge der Strecke PC berechnet werden.

   $PC = \sqrt{PB^2+BC^2} = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10\ cm$

   PG $=\sqrt{PC^2+CG^2} = \sqrt{10^2+6^2} = \sqrt{100+36} = \sqrt{136} =$ **11.662 cm**

3. RQ als Hypothenuse im blauen Dreieck RQH

   RQ $=\sqrt{RH^2+HQ^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} =$ **5 cm**

4. QP als Hypothenuse im roten Dreieck PQD. Dabei muss zuerst im weissen Dreieck APD die Länge der Strecke DP berechnet werden.

   $DP = \sqrt{AP^2+AD^2} = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10\ cm$

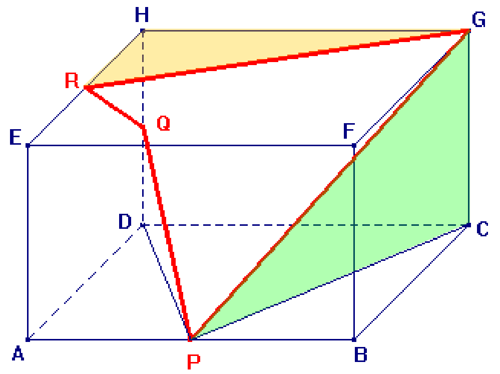
   PQ $=\sqrt{PD^2+DQ^2} = \sqrt{10^2+3^2} = \sqrt{100+9} = \sqrt{109} =$ **10.440 cm**

Der gesamte Streckenzug misst also:

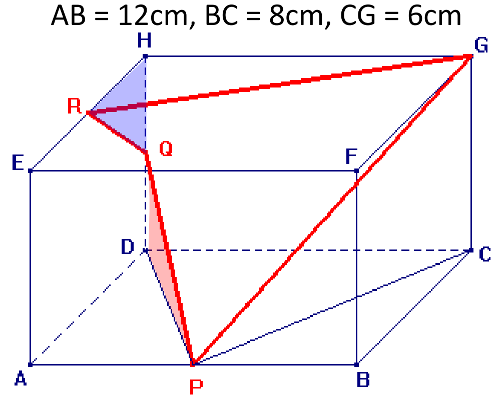
Streckenzug PGRQP = PG + GR + RQ + QP

= 11.662 + 12.649 + 5 + 10.440 = **39.751cm**

Die Länge des Streckenzuges beträgt also 39.75 cm



AB = 12cm, BC = 8cm, CG = 6cm

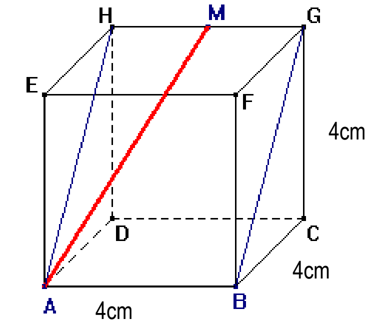


Seiten 20/21/22

Berechnungen und Konstruktion von Strecken und Flächen in wahrer Grösse

1

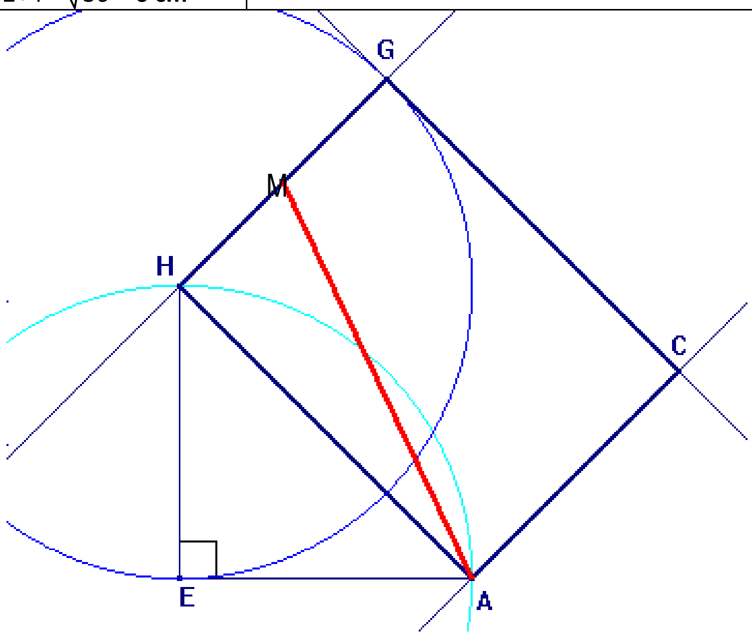
Die Berechnung der gesuchten Grössen erfolgt nach dem Schema von oben. Der Flächeninhalt von ABGH berechnet sich aus AB•BG, wobei BG mit Pythagoras als Diagonale im Quadrat BCGF berechnen lässt ($d = s\sqrt{2}$). BG misst somit $4\sqrt{2}$.
Der Flächeninhalt der Schnittfläche ABGH beträgt also
Fläche = $4 \bullet 4\sqrt{2} = \mathbf{16\sqrt{2}\ cm^2} = \mathit{22.63\ cm^2}$



Die Strecke AM dagegen kann als Hypothenuse im Dreieck AHM betrachtet werden, ihre Länge misst also:
AM = $\sqrt{AH^2+HM^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{16\bullet2+4} = \sqrt{36} = \mathbf{6\ cm}$

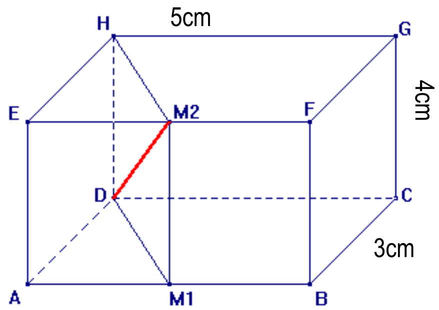
Konstruktion:

1. Rechtwinkliges Dreieck AEH ➔ AH
2. Rechteck AHCG (mit jeweils rechten Winkeln auf AH!)
3. HG halbieren → M
4. MH verbinden.



2

Die Berechnung der gesuchten Grössen erfolgt nach dem Schema von oben. Der Flächeninhalt von DM_1M_2H berechnet sich aus DM1•M_2M_1, wobei DM_1 mit Pythagoras als Hypothenuse im Dreieck DAM_1 berechnet wird.
$DM_1 = \sqrt{AM_1^2+AD^2} = \sqrt{2.5^2 + 3^2} = \sqrt{6.25+9} = \sqrt{15.25} = \mathbf{3.905\ cm}$

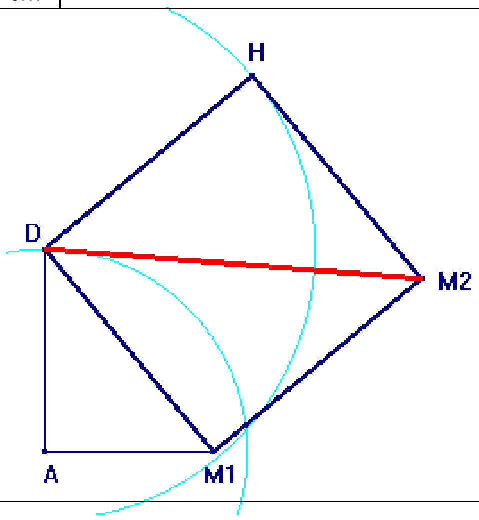


Der Flächeninhalt der Schnittfläche ABGH beträgt also
Fläche = $4\bullet3.905 = \mathbf{15.62\ cm^2}$

Die Strecke DM_2 dagegen kann als Hypothenuse im Dreieck DM_1M_2 betrachtet werden, ihre Länge misst also:
$\mathbf{DM_2} = \sqrt{DM_1^2+M_1M_2^2} = \sqrt{3.905^2 + 4^2} = \sqrt{15.25+16} = \sqrt{31.25} = \mathbf{5.59\ cm}$

Konstruktion:

1. Rechtwinkliges Dreieck ADM_1➔ DM_1
2. Rechteck DM_1M_2H (mit jeweils rechten Winkeln auf DM_1!)
3. M_2D verbinden.



3

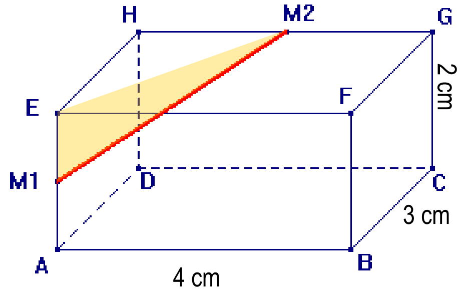
Die gesuchte Strecke M_1M_2 lässt sich in das Dreieck M_1EM_2 einbetten. Dort ist M_1M_2 die Hypothenuse. Allerdings müssen wir vorher noch die Strecke M_2E berechnen, dies im Dreieck HEM_2.

$EM_2 = \sqrt{EH^2+HM_2^2} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{\mathbf{13}}$ **cm** = *3.605 cm*

Die Hypothenuse M_1M_2 ist nun also im gelben Dreieck:

$\mathbf{M_1M_2} = \sqrt{EM_2^2+EM_1^2} = \sqrt{(\sqrt{13})^2+1^2} = \sqrt{13+1} = \sqrt{14} = \mathbf{3.742\ cm}$

Die gesuchte Strecke M_1M_2 misst also 3.74 cm



Konstruktion:

1. Rechtwinkliges Dreieck $EHM_2 \rightarrow EM_2$
2. EM_1 senkrecht zur Strecke EM_2 abtragen $\rightarrow M_1$
3. M_1M_2 verbinden.